

**ACERCA DEL NIVEL INSTITUCIONAL  
DE UNA REPÚBLICA  
BAJO EL ESTADO DE DERECHO**

*Conferencia pronunciada por el Lic. Ricardo Miró  
en la Academia de Ciencias de Buenos Aires,  
en la sesión pública del 21 de septiembre de 2010*



## **Presentación**

**por el Académico Titular Dr. Álvaro González Villalobos**

Es para mí un honor tener la oportunidad de presentar al Licenciado Ricardo Miró Arancet, viejo amigo de la casa, quien ha sido invitado a dar su cuarta conferencia en esta Academia.

Ricardo Miró obtuvo su Licenciatura en Matemática en la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad de Buenos Aires con un estudio sobre la Multiplicatividad de las Normas Matriciales. Desde el 2001 se ha especializado en el monitoreo, administrativo y estadístico, de los juzgados y en general de problemas ligados al sistema judicial. Ocupa y ha ocupado cargos variados y de responsabilidad a lo largo de su carrera, por ejemplo: a partir de marzo de 2007 desarrolla sus tareas ofreciendo apoyo estadístico a las labores profesionales que desarrolla el Cuerpo de Peritos Contadores de la Corte Suprema de Justicia de la Nación; invitado por el Presidente de la Corte Suprema de Justicia de la Nación, actuó en el Grupo de Gestión Judicial, concebido para optimizar los aspectos administrativos de la Justicia Argentina; ha sido Profesor invitado en el Seminario de Física Forense del Instituto Balseiro de la Comisión Nacional de Energía Atómica/Universidad Nacional de Cuyo; Profesor de *Estadística Judicial* en el ámbito de la Escuela Judicial del Consejo de la Magistratura de la Nación; Profesor Titular de Análisis Numérico y de Transformadas Integrales en el Instituto Superior de Exploración Petrolera, dependiente de la Facultad de Ingeniería de Petróleos, de la Universidad Nacional de Cuyo; e inició su especialización en el Departamento de Estudios Especiales de la Gerencia de Exploración del entonces Yacimientos Petrolíferos Fiscales (YPF).

Una de las características interesantes de su carrera es la gran diversidad de métodos matemáticos y estadísticos que conoce y que ha empleado para resolver una variedad de problemas prácticos. Como se sabe, no existe la ciencia aplicada, existen las aplicaciones de la ciencia y Miró ha aplicado la Matemática y la Estadística.

Voy a dar algunos ejemplos de esta característica especial del trabajo científico de Miró: 1) *Sobre aplicación de técnicas estadísticas en el área del Poder Judicial de la Nación*: ha asesorado sobre temas tecnológicos a pedido de la Corte Suprema de Justicia y ha estudiado los problemas de congestión existentes en todos los fueros federales del país, para ofrecer soluciones plausibles, utilizando la herramientas que brindan tanto la *Teoría de Colas* como la *Teoría de la Información* y la *Teoría de Juegos*; ha colaborado con la validación estadística de las Normas de Gestión de Calidad ISO 9002 en su aplicación al ámbito Administrativo Judicial; ha aplicado una serie de técnicas de muestreo para determinar el monto total acumulado en concepto de deudas fiscales existentes en juzgados civiles; y elaboró un criterio de decisión para la creación de nuevos juzgados, entre otros problemas que ha tratado en el ámbito de los problemas relacionados con la Justicia; 2) *Sobre aplicaciones a la geología*: trabajó en el diseño de diversos modelos geodésicos y geológicos, destinados a la detección de hidrocarburos, empleando una serie de algoritmos, polinomios de Chebychev, y otros métodos; 3) *Sobre aplicaciones a otros tópicos*: por ejemplo, evolución y regiones de origen de asteroides y cometas (usando un planteo y la resolución numérica de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias); y detección de un fraude mediante el test Tau de correlación de Kendall.

Es decir que, como habíamos mencionado, el Licenciado Ricardo Miró ha abordado muchos temas y utilizado gran diversidad de métodos en sus trabajos para resolver problemas prácticos.

Miró ha participado de un gran número de reuniones y ha presentado conferencias científicas; ha sido invitado a centros de estudios en países del extranjero (como por ejemplo en los Estados Unidos y en la República Checa), y es miembro de sociedades científicas y editor de revistas científicas. Su labor incluye publicaciones, conferencias, libros, trabajos y artículos también sobre enseñanza elemental. Y también sobre divulgación científica, tan necesarios en nuestro país.

Con respecto a su aporte como divulgador de la matemática quiero ahora recordar en especial las publicaciones y conferencias que tratan de Borges y la Matemática.

El Licenciado Miró nos presentará ahora una conferencia titulada "*Acerca del nivel institucional de una república bajo el Estado de Derecho*".

# ACERCA DEL NIVEL INSTITUCIONAL DE UNA REPÚBLICA BAJO EL ESTADO DE DERECHO

Lic. RICARDO MIRÓ

## Resumen

Se analizan los efectos de la conducta conjunta entre el oficialismo y la oposición, en su quehacer específico dentro del ámbito de una república constitucional, mediante el dilema del prisionero repetido. Tales efectos facilitan la presentación de tres indicadores complementarios que estiman el nivel institucional de la república: un vector estocástico, su entropía  $H$ , y la correspondiente valuación media de von Neumann Morgenstern asociada con el vector citado. Finalmente se analiza la respuesta de esos indicadores mediante dos simulaciones, una que se extrae de un árbol aleatorio y la otra que incorpora la estrategia de Axelrod Rapoport.

## 1. Introducción

En [6] se ofrece una adaptación institucional del dilema del prisionero cuyos actores son los Poderes de una República Constitucional. Si el juego se repite de manera indefinida, se observa en dicha referencia, que los intereses corporativos presentes en un Poder del Estado tienden a disolverse, siempre que otro Poder involucrado, libre de ellos, ejecute con criterio cívico e inteligente, la denominada *estrategia de Axelrod Rapoport* (en adelante, estrategia AR). Las valuaciones se establecen externamente por un grupo plural de expertos en Derecho Constitucional, según la escala cardinal intervalo de von Neumann-Morgenstern, y utilizan un factor de descuento  $\delta$  mayor o igual que 0,25. Se adoptará aquí la siguiente identificación de proposiciones: *La república R está subordinada al Estado de Derecho sii La Constitución de la república R rige formalmente.*

Aquí se extiende el estudio del modelo institucional citado, con el auxilio de algunas herramientas provistas por la teoría de la información [1].

## 2. Extensión del modelo institucional

Sean  $A_1, A_2$  los elementos distintos del conjunto  $A = \{\text{oficialismo, oposición}\}$ . Obsérvese que  $A$  no es un par ordenado. El dilema del prisionero tiene aquí entonces dos actores:  $A_1, A_2$  subordinados a la Constitución Nacional. En cada vínculo específico binario que los reclame como partes, éstos podrán cumplirla o no, de acuerdo con el siguiente esquema:

$$\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cc} A_1 \\ \text{Cumple} & \text{No cumple} \end{array} \\
 \begin{array}{c} A_2 \\ \text{Cumple} \\ \text{No cumple} \end{array} & \left( \begin{array}{cc} (4,4) & (0,5) \\ (5,0) & (1,1) \end{array} \right)
 \end{array} \quad (1)$$

A partir de este hecho, se considerará la repetición del juego básico (1) de manera indefinida.

## 3. Una propuesta para medir el nivel institucional de una República bajo el Estado de Derecho, a partir de un árbol aleatorio

Se definirán tres indicadores complementarios que cuyo objeto será medir con la mayor expresividad el nivel constitucional de una república.

1) En primer lugar se construirá un vector que se abreviará aquí  $v$ . A partir de un origen arbitrario en el tiempo, siempre ubicado dentro del Estado de Derecho, los vínculos entre los actores  $A_1$  y  $A_2$  comienzan a generar un árbol aleatorio [2]. El árbol, posiblemente n-ario y ya citado en [6], surge naturalmente, tanto debido a la complejidad de los procesos institucionales, como por la repetición indefinida del juego (1).

Estos vínculos empiezan y terminan en cada rama del árbol así generado. Cada vértice de cualquier rama corresponde a uno de los

actores señalados. Nada impide que un actor aparezca en ambos extremos de una misma rama. A título de ejemplo, la figura 1 ilustra muy parcialmente el fenómeno descrito.

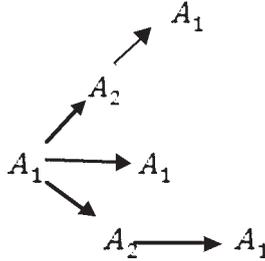


Fig. 1: Fragmento de árbol aleatorio con algunos vínculos institucionales acaecidos entre los actores  $A_1$  y  $A_2$ .

Por otra parte, cada rama posee asociado un par ordenado numérico según la matriz (1) y que señalan el grado de acatamiento conjunto a la Constitución Nacional. Las valuaciones expuestas en el juego individual (1) son las siguientes: (4, 4), (1, 1), (0, 5) y (5, 0).

Sea entonces # (4,4) la cantidad de ramas en el período considerado que tienen una valuación binaria correspondiente a (4, 4). Lo mismo se aplicará para # (1,1), # (5,0) y # (0,5). En estos dos últimos casos, hay actores que violan la Constitución Nacional.

Entonces, se propone el siguiente vector  $\mathbf{v}$  de nivel institucional, de acuerdo con la siguiente definición:

$$\mathbf{v} = \begin{cases} (p \#(4,4); p \#(5,0), p \#(0,5), p \#(1,1)), & \text{si rige el Estado de Derecho} \\ 0 & \text{si no rige el Estado de Derecho} \end{cases} \quad (2)$$

Tal como se observará de inmediato, cada componente  $v_i$  ( $1 \leq i \leq 4$ ) del vector  $\mathbf{v}$  mide las diversas formas de acatamiento constitucional acaecidas durante el período considerado, comenzando por la máxima expresión conjunta,  $v_1$ , hasta la violación conjunta,  $v_3$ . La segunda componente  $v_2$  expresa un acatamiento constitucional intermedio, en donde  $A_1$  es el responsable de la violación, según la matriz (1). En el mismo sentido,  $v_4$  mide el grado de violación constitucional de  $A_2$ . Además se verifica que  $0 \leq \sum_{k=1}^4 p_k \leq 1$ . Esta última circunstancia

transforma a  $\mathbf{v}$  en lo que Khinchin [4] denomina un *esquema de probabilidad finito*.

2) El concepto de Khinchin permite establecer un campo escalar asociado con  $\mathbf{v}$ , su entropía  $H$  (Shannon, 1948), que se define como  $H = -\sum_{k=1}^4 p_k \cdot \ln(p_k)$ . Este campo  $H$  medirá el grado de certidumbre institucional del sistema analizado, con las inferencias cívicas, sociales, políticas y económicas que pudieran considerarse pertinentes. El rango de variación de  $H$  es  $0 \leq H \leq \ln 4$ . Como se sabe, un bajo valor de  $H$ , según lo detallado en [4], dirá que el sistema analizado es previsible. Un valor alto de  $H$ , dirá lo contrario.

3) Finalmente, para el período analizado, se propone la *valuación media de von Neumann Morgenstern* de la siguiente manera:

$$V_{med} = p_1 \cdot \#(4,4) + p_2 \cdot \#(5,0) + p_3 \cdot \#(5,0) + p_3 \cdot \#(2).$$

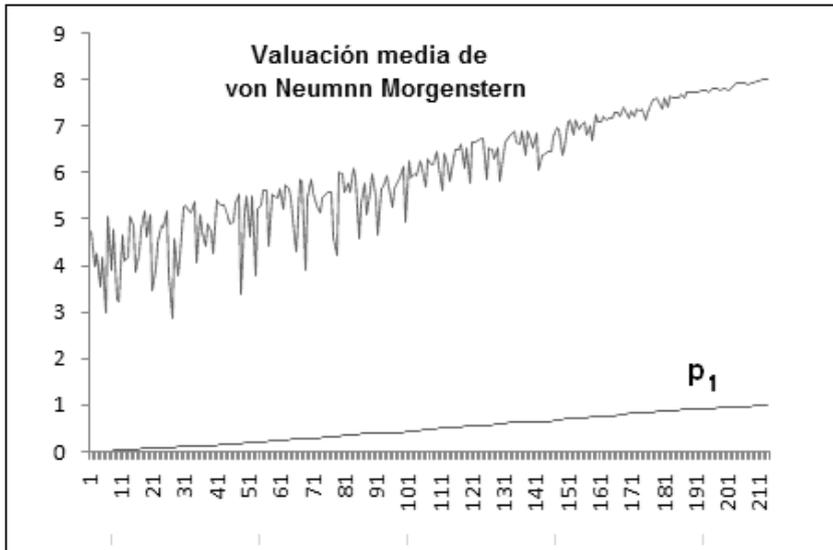
#### 4. Una simulación con ausencia de estrategia

Supóngase ahora que se analiza, durante un período considerable, el árbol aleatorio mencionado en el punto 2. El objetivo será analizar la vinculación entre el vector  $\mathbf{v}$ , la valuación media de von Neumann Morgenstern  $V_{med}$  y la entropía  $H$  del sistema.

Las componentes del vector  $\mathbf{v}$  se generaron con el algoritmo siguiente. Obsérvese que la expresión *rnd*, en muchos lenguajes, genera al azar un número perteneciente al intervalo (0,1)

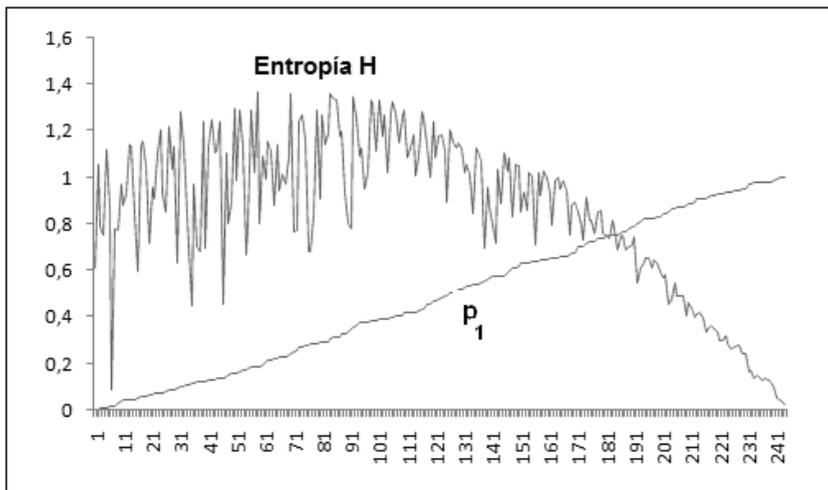
$$p_1 = rnd; \quad p_2 = p_1 + rnd \cdot (1 - p_1); \quad p_3 = p_2 + rnd \cdot (1 - p_2); \quad p_4 = 1 - \sum_{k=1}^3 p_k.$$

Al ordenar de menor a mayor la componente  $v_1$  del vector  $\mathbf{v}$  y compararlo con la valuación media de von Neumann Morgenstern se obtuvo el gráfico de la figura 2:



*Fig. 2:* Variación de la valuación media de von Neumann Morgenstern según el crecimiento de  $v_1$

Se observa con claridad en la Fig. 2, que la valuación media de von Neumann Morgenstern aumenta –con cierto grado inicial de dispersión, conforme aumenta el grado de subordinación conjunta a la ley, expresada por la componente  $v_1$ .



*Fig. 3:* Comportamiento de la entropía  $H$  del vector estocástico  $\mathbf{v}$  según el crecimiento de la componente  $v_1$

En general, al observar la Figura 3, puede decirse que para bajos valores de acatamiento conjunto a la ley, medido por  $v_1$ , la incertidumbre medida por H es relativamente alta, con picos bajos de alta certeza, pero tiene tendencia a aumentar con dispersión decreciente, por debajo de un valor de  $v_1$  que corresponde aproximadamente a  $v_1=0.3$ . Para valores mayores a 0.3, se observa que la incertidumbre comienza a disminuir firmemente con dispersión cada vez menor.

## 5. La estrategia AR para $A_1$ y $A_2$

El experimento de arrojar una moneda al aire constituye el modelo clásico de proceso de Bernoulli. De la misma manera, se observará que la estrategia AR podría tomarse como el modelo clásico de cadena de Markov. En efecto, tal estrategia, conocida en la literatura [3], [5], mediante la expresión infantil inglesa *tit for tat*, puede describirse, según la adaptación institucional aquí tratada, de la siguiente manera: Se dice que aplica la estrategia AR en su juego con  $A_1$  cuando:

*Etapas 1:  $A_1$  se vincula con  $A_2$ , cumpliendo ambos la Constitución Nacional y sus leyes consecuentes.*

Sea ahora  $k > 1$ :

*Etapas k: Si en la etapa anterior  $k - 1$   $A_1$  no cumplió con la Constitución Nacional o con sus leyes consecuentes, entonces  $A_2$  culminará el vínculo de la misma manera.*

Luego, por definición, el sistema en el presente solamente depende del estado anterior y no de su historia previa. Por lo tanto, la estrategia AR es una cadena de Markov.

Sean ahora  $a$ ,  $b$ , y  $c$  tres probabilidades positivas cualesquiera, con sus correspondientes probabilidades complementarias  $1-a$ ,  $1-b$  y  $1-c$ . Sean:  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  y  $E_4$ , respectivamente, los estados que corresponden a los pares ordenados (*cumple, cumple*), (*no cumple, cumple*), (*no cumple, no cumple*) y (*cumple, no cumple*), tomados con sus correspondientes valuaciones de von Neumann Morgenstern. Por otra parte, de acuerdo con la notación habitual [3] sean

$$p_{11} = p\{E_1/E_1\}; p_{12} = p\{E_2/E_1\}; p_{23} = p\{E_3/E_2\}; p_{24} = p\{E_4/E_2\}; p_{33} = p\{E_3/E_3\};$$

$$p_{41} = p\{E_4/E_1\} \text{ y } p_{42} = p\{E_2/E_4\}$$

Se observa de inmediato que la estrategia AR genera un grafo orientado y valuado como el de la Fig. 4.

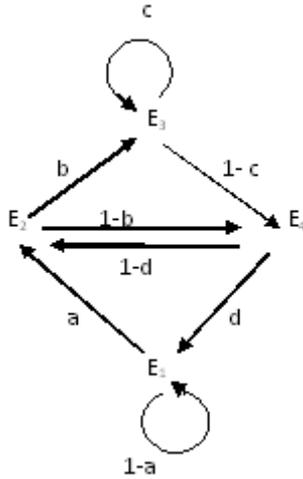


Fig.4: Grafo de la estrategia AR sobre el dilema del prisionero repetido

Al observar la Fig. 4, es posible definir la matriz  $\Gamma = \|p_{ij}\|$  de transición de la estrategia AR, considerada como cadena de Markov. Es la siguiente:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{23} & p_{24} \\ 0 & 0 & p_{33} & p_{34} \\ p_{41} & p_{42} & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 1-a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 1-b \\ 0 & 0 & c & 1-c \\ d & 1-d & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Tal como se justificará, la matriz  $\Gamma$  corresponde a una cadena de Markov estacionaria. Desde el punto de vista de la teoría correspondiente, esto significa que existe una matriz  $W$  de filas iguales tales que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Gamma^n = \|W\| \tag{2}$$

Los detalles de este hecho son no triviales en grado sumo, y están demostrados con todo detalle en la obra de Ash [1, Teorema 6.3.2]. En definitiva, a los efectos del presente artículo, lo que interesa es mostrar que existe un vector estocástico  $S$  tal para cada conjunto de probabilidades iniciales,  $a$ ,  $b$  y  $c$  que cumple

$$S \cdot \Gamma = S \quad (3)$$

En (3), se verifica que  $S = (w_1, w_2, w_3, w_4)$ . Cada componente corresponde a la probabilidad estacionaria de los estados  $E_i$  ( $1 \leq i \leq 4$ ) que surgen de las probabilidades de inicio. Es decir, la República, eventualmente estará deliberando sus asuntos internos según lo especifica el estado  $E_i$ , con probabilidad  $w_i$ , ( $1 \leq i \leq 4$ ). Se debe consignar, además que

$$\sum_{k=1}^4 w_k = 1 \quad (4)$$

La igualdad (4) permite asociar a cada estado  $E_i$  con su probabilidad  $w_i$ . Luego se obtendrá otro esquema de probabilidad finito:

$$\begin{pmatrix} E_1 & E_2 & E_3 & E_4 \\ w_1 & w_2 & w_3 & w_4 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Dicho esquema (5) también tiene asociado de manera natural [4] su función de entropía  $H = -\sum_{k=1}^4 w_k \cdot \ln(w_k)$  y que servirá para complementar el potencial expresivo del vector  $\mathbf{v}$ .

Ahora bien, (3) muestra que el sistema lineal consecuente, con la condición de ligadura (4), se define de la manera siguiente:

$$\left\{ \begin{array}{ll} a \cdot w_1 + & d \cdot w_4 = w_1 \\ (1-a) \cdot w_1 & + (1-d)w_4 = w_2 \\ & b \cdot w_2 + c \cdot w_3 = w_3 \\ & (1-b) \cdot w_2 + (1-c)w_3 = w_4 \end{array} \right. \quad (6)$$

La solución única del sistema lineal (6), en función de las probabilidades fijas iniciales del modelo dado por el grafo de la figura 2, es la siguiente:

Sea  $\Delta = (1-a) \cdot [2 \cdot (1-c) + b] + d \cdot (1-c)$ . Esta expresión caracterizará al denominador común de la solución de (6) que entonces se determina como:

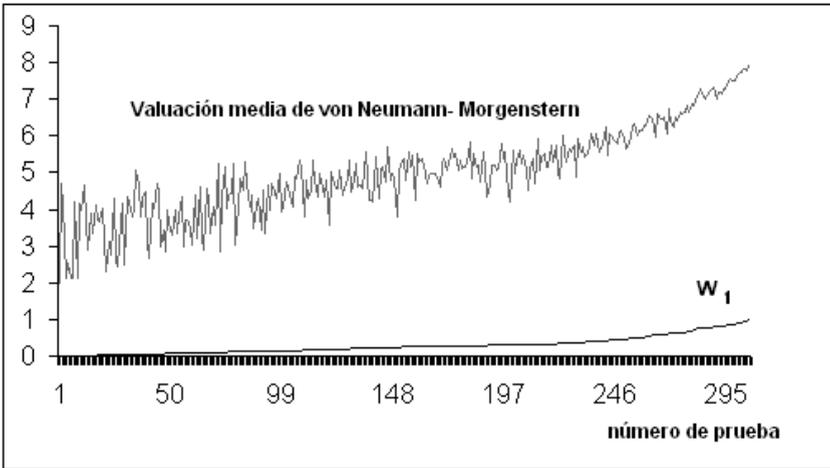
$$w_1 = \frac{d \cdot (1-c)}{\Delta}; w_2 = \frac{(1-a) \cdot (1-c)}{\Delta}; w_3 = \frac{b \cdot (1-a)}{\Delta}; w_4 = \frac{(1-a) \cdot (1-c)}{\Delta} \quad (7)$$

Obsérvese que el vector estocástico  $\mathbf{w}$  estacionario (7), solución de (7), tiene la segunda y cuarta componentes iguales. Como se verá, esto no sucede necesariamente con el vector  $\mathbf{v}$  (2). La interpretación

institucional de las componentes  $w_k$  es desde luego similar a las componentes del vector no estacionario  $v$ .

## 6. Simulación con la estrategia AR

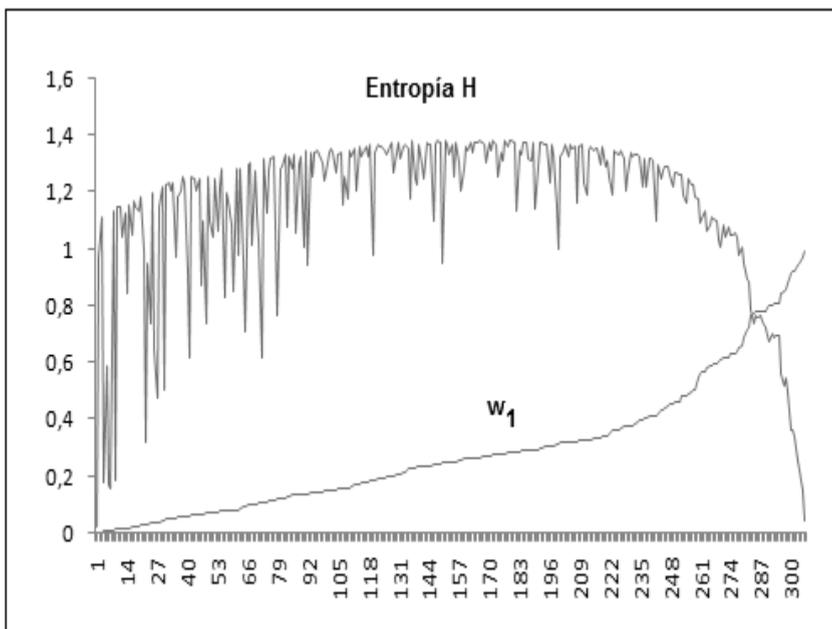
Al resolver el sistema (6) y obtener el vector estacionario  $w$  dado en (7) a partir de las probabilidades iniciales  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ , se representaron las dependencias entre  $V_{med}$  y  $w_1$ .



*Fig. 5:* Vinculación entre la probabilidad estacionaria  $w_1$  y la valuación media de von Neumann Morgenstern

Se observa en la Fig. 5 con toda claridad que mientras aumenta el nivel de acatamiento constitucional conjunto  $w_1$ , la valuación  $V_{med}$  también tiende a aumentar cada vez con menos dispersión.

El gráfico de la Fig. 6 muestra que para bajos valores  $w_1$  de acatamiento a la ley, hay picos de certeza, juntamente con picos de incertidumbre. Luego se observa una meseta central de alta incertidumbre, que cesa alrededor de  $w_1 = 0.4$ . Este fenómeno no se observa en la fig. 3. Luego  $H$  disminuye decididamente cuando la subordinación  $w_1$  a la ley es total. Resulta interesante observar que el factor de descuento  $\delta = 0.25$  utilizado en [6] y otras fuentes, para acercar el equilibrio de Nash al óptimo de Pareto en el juego repetido, corresponde a la situación de entropía máxima del esquema (5).



*Fig. 6:* Variación de la entropía  $H$  asociada con cada esquema de probabilidad finito estacionario. Los valores se ordenan de acuerdo con los valores crecientes de la componente  $w_1$ .

## 7. Conclusión

Los gráficos para los casos analizados sugieren las siguientes observaciones finales:

- a) Tanto en el caso estacionario como no estacionario, para bajos valores de  $v_1$  o  $w_1$ , (que corresponden a esquemas de probabilidad finita ubicados a la izquierda del eje de abscisas) la entropía  $H$ , aunque con fuertes oscilaciones, adopta valores de pico mínimos. Esto sugiere que en estas situaciones, hay circunstancialmente cierto grado de certeza. Probablemente, esto muestre la omnipotencia de intereses corporativos que acostumbran a comprar leyes para su beneficio monopólico. En esta misma región, los picos de máxima, asociados con altos valores de incertidumbre, quizás se puedan asociar con el clima que origina la poca estabilidad institucional fáctica vigente en la república considerada.

- b) El caso estacionario para  $H$ , muestra la ya citada meseta aproximada en su parte central (Fig. 6), que su homólogo no estacionario no la exhibe. De hecho, el decrecimiento promedio de  $H$  parece manifestarse algo antes en el caso no estacionario ( $v_1 \approx .3$ , Fig.3) que en el caso estacionario ( $w_1 \approx .4$ , Fig. 6).
- c) Cuando los valores de  $w_1$  o  $v_1$  siguen aumentando hacia los esquemas de probabilidad ubicados sobre la derecha del eje de abscisas, se observa que la entropía  $H$  disminuye en ambos casos, casi sin oscilaciones. Esto implica que el cumplimiento y subordinación a la ley por parte de los actores institucionales provocará certeza y seguridad. Tales cuestiones parecerían facilitar la adopción de políticas de Estado a largo plazo. De aquellas donde quizás tengan cabida algunos de los más viejos y nobles ideales humanos, ya registrados por escrito en los zigurats de Lagash (circa -3800), cuando Gilgamesh escuchaba a su maestro Utnapistim, acerca del rey y de sus obligaciones hacia los gobernados, promoviendo su bienestar y afianzando la justicia [7].

## Referencias

- [1] Ash, R. B., *Information Theory*, New York, Dover Publications, 1990.
- [2] Bolobàs, B., *Graph Theory*, New York, Springer-Verlag, 1979
- [3] Feller, W. (Vols. I y II), *An Introduction to Probability and its Applications*, New York, 1980.
- [4] Khinchin, A., *Mathematical Foundations of Information Theory*, New York, Dover Publications, 1970.
- [5] Norris, J., *Markov Chains*, Cambridge, UK, Cambridge University Press, 1997
- [6] Miró, R., “*Un análisis entre los vínculos institucionales entre los poderes del Estado con elementos de la teoría de juegos*”, separata, *Anales de la Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires*, 2007.
- [7] Sumerio Anónimo, *La epopeya de Gilgamesh*, ed. Bottéro, J. Madrid, Aikal, 2007.

Corte Suprema de Justicia de la Nación  
 Cuerpo de Peritos Contadores Oficiales  
[rdmiroar@gmail.com](mailto:rdmiroar@gmail.com)